2022．8．23

神戸大学大学院理学研究科惑星学専攻
博士課程前期課程入学試験問題

専　門　科　目

解答時間　9：30～12：30

注意事項

１）合図があるまで問題冊子を開いてはいけません。
２）「はじめ」の合図があったら、先に解答用紙に受験番号と氏名を記入してから、解答を始めなさい。
３）問題 1～問題 8 の中から 2 つ問題を選び、解答しなさい。各問題は 150 点満点です。
４）問題ごとに別々の解答用紙を使いなさい。解答用紙が足りない場合は、監督者に申し出なさい。

1.（数学 A）

次の文章を読んで，以下の問い (1)〜(2) に答えなさい．

(1) 次の連立常微分方程式を解くことを試みる．

$$\begin{cases} 3\dfrac{dx_1}{dt} + 2\dfrac{dx_2}{dt} + x_1 + x_2 = 0 \\ \dfrac{dx_1}{dt} + \dfrac{dx_2}{dt} + 7x_1 + 5x_2 = 0 \end{cases}$$

(i) この連立常微分方程式を，

$$\frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \quad \left[\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{A} : 2 \times 2 \text{ 行列}\right]$$

の形に書き，行列 $\boldsymbol{A}$ を求めなさい．

(ii) 行列 $\boldsymbol{A}$ の固有値 λ_1，λ_2 とそれに対する固有ベクトル $\boldsymbol{v_1}$，$\boldsymbol{v_2}$ を求めなさい．

(iii) (ii) で求めた固有ベクトル $\boldsymbol{v_1}$，$\boldsymbol{v_2}$ を用いて，行列 $\boldsymbol{V} = (\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2})$ を作る．この行列 $\boldsymbol{V}$ を用いて行列 $\boldsymbol{A}$ が対角化できることを示しなさい．

(iv) 行列 $\boldsymbol{V}$ から基準座標 $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{V}^{-1}\boldsymbol{x}$ を導入し，$\boldsymbol{y}$ に関する常微分方程式

$$\frac{d\boldsymbol{y}}{dt} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \boldsymbol{y}, \quad \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

を導きなさい．そして，$\boldsymbol{y}$ の一般解を求めなさい．

(v) (iv) より，$\boldsymbol{x}$ の一般解を求めなさい．

(2) 次の積分を括弧内に書かれた式を用いて置換することで，一般解を求めなさい．

(i)

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} \qquad (t = \tan x)$$

(ii)

$$\int \tan^3 x \, dx \qquad (t = \cos x)$$

(iii)

$$\int \frac{dx}{\sin x + \cos x + 1} \qquad \left(t = \tan \frac{x}{2}\right)$$

2.（数学B）

以下の $u = u(x,t)$ に関する非線型放物型偏微分方程式

$$\frac{\partial}{\partial t}u = D\frac{\partial^2}{\partial x^2}u + u(1-u) \tag{I}$$

(ただし, D は正の定数, $0 < x < 1, \quad t > 0$) を, 境界条件

$$u(0,t) = u(1,t) = 0$$

と初期条件

$$u(x,0) = u_0(x)$$

の下で解くことを考える. $0 < x < 1$ で $u_0(x) > 0$ とする.

(1) $|u| \ll 1$ と仮定すると, 非線形項を無視することができる. この時, $u(x,t) = X(x)T(t)$ と置き, 偏微分方程式 (I) から X, T それぞれについての線形常微分方程式を導け.

(2) 問 (1) で導いた 2 つの常微分方程式から得られる偏微分方程式 (I) の解で, 境界条件を満たすものを全て求めよ.

(3) $|u| \ll 1$ の仮定の下で, $t \to \infty$ の極限で $u(x,t)$ が $0 < x < 1$ の全ての x で 0 に収束するために D が満たすべき条件を求めよ.

(4) D が問 (3) で求めた条件を満たさない時, $t \to \infty$ の極限で $u(x,t)$ はどのようになるかを考える. 定常解 $u_\infty(x)$ があるとして, $u_\infty(x)$ が満たす方程式を示し, $u_\infty(x)$ の概形を示せ. そうなる根拠も示すこと.

3. （物理学 A）

以下の問い（1），（2）に答えなさい．解答にあたっては結果だけでなく導出過程も記しなさい．

(1) 図 1 に示す質量の無視できる 2 種類のばね A と B を用意する．図 2 に示すように，半径 R の水平な丸テーブルの上にどちらかのばねを置き，ばねの X 端をテーブルの中心に固定し原点 O とする．ばねの Y 端に質量 m の球を取り付ける．原点から球の重心までの距離を r とする．重力加速度は，鉛直下向きに大きさ g である．球はテーブルの上を滑り，転がることはない．球とテーブルの間の静止摩擦係数と動摩擦係数は同じで μ である．以下では球のテーブル上での運動を考える．

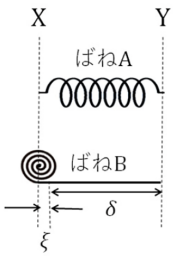


図 1

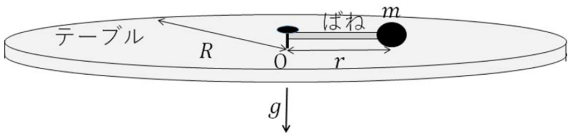


図 2

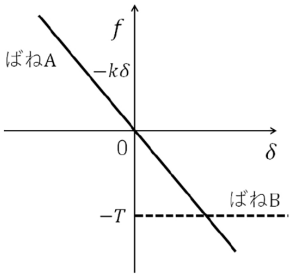


図 3

ばね A, B の伸び δ と復元力または張力 f の関係を図 3 に示す．

ばね A　自然長に対する伸び縮み δ に対して $-k\delta$ の復元力が作用する．ただし，$k > 0$. 自然長のとき原点から球の重心までの距離は l であり，$l \ll R$ である．

ばね B　ばねの伸び δ，ただし $0 < \delta < R$，に対して一定の張力 $-T$ が作用する．$T > 0$ である．なお，図 1 において，$\xi \cong 0$ である．

(i) テーブルは固定され回転しないとする．

(a) $\mu = 0$ とする．テーブル上で球を動かし，ばね A を自然長から少しだけ伸ばして手を放すときの球の運動方程式を示し，球がどのような運動をするかを簡潔に述べなさい．

(b) $\mu \neq 0$ のとき，ばね A を伸ばす．ばねの自然長からの伸びが δ_0 より小さいときに静かに手を放すと球は動かない．δ_0 を求めなさい．

(c) (b) において，ばねの自然長からの伸びを δ_1 となるように球を動かしておき，時刻 $t=0$ に球から静かに手を放す．$\delta_0 < \delta_1 < l$ とする．ばねが最初に最短となるまでの，時刻 t における r を表す式を求めなさい．

(d) $\mu \neq 0$ のとき，ばね A の自然長からの伸びが $\frac{4\mu mg}{k}$ となるように球を動かしておき，時刻 $t=0$ に球から静かに手を放す．$\frac{4\mu mg}{k} < l$ とする．球が静止し再び動きだすことがなくなるまでの r の時間変化を図示しなさい．

(ii) テーブル上で球を原点から動かして球の重心を原点から距離 r_1 とし，固定する．そののちに，原点を中心として，テーブルを一定の角速度 Ω で水平面内で回転させる．$\Omega > 0$ とする．

(a) ばね A を用いる．静かに固定をはずして球がテーブルに対して動かないときの r_1 と Ω の満たす条件を示しなさい．また，$\mu = 0$ のときに r_1 を求め，そのような r_1 が存在するための Ω の満たす条件を示しなさい．

(b) ばね B を用いる．$\mu = 0$ とする．時刻 $t=0$ に静かに固定をはずすと，球が原点から離れる方向に動きだし，$r = r_2$ に達したときにばねの張力と遠心力がつりあった．r_2 を求めなさい．

(c) (b) において，時刻 $t(\geq 0)$ における球の動径方向の速さ $v(t)$ を $r(t)$ で表しなさい．ただし，$r_1 \leq r \leq r_2$ とする．

(2) 真空中の xyz 空間の点 $\mathrm{F}(0,0,s)$ と点 $\mathrm{G}(0,0,-s)$ に，点電荷 Q_1 と Q_2 をそれぞれ置く．真空の誘電率を ε_0 とする．

(i) 点 F の点電荷が点 $\mathrm{P}(x,y,z)$ につくる静電ポテンシャルを示しなさい．

(ii) 点 F と点 G の点電荷が点 $\mathrm{P}(x,y,z)$ につくる静電ポテンシャル $\phi(x,y,z)$ を示しなさい．

(iii) $Q_1 = -Q_2 = Q$ であるとする．$\boldsymbol{r} = (x,y,z)$ と z 軸のなす角を θ とし，原点と点 $\mathrm{P}(x,y,z)$ の距離 $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ について，$r \gg s$ が成り立つとき，$\phi(x,y,z)$ を r と θ を用いて示しなさい．

(iv) (iii) の $\phi(x,y,z)$ から，点 $\mathrm{P}(x,y,z)$ での電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ の大きさを求め，r と θ を用いて示しなさい．

4.（物理学B）

次の文章を読んで，以下の問い（1），（2）に答えなさい．解答にあたっては結果だけでなく，導出過程も記しなさい．

(1) 気体の熱力学について以下の問いに答えなさい．ただし，温度，エントロピー，圧力，体積，内部エネルギーをそれぞれ T，S，P，V，U で表す．また，定積モル比熱は c_V で一定とし，気体定数を R とする．

(i) 微小な準静的変化に対する内部エネルギーの変化 dU を T，S，P，V を用いて表せ．ただし，微小変化は d を付して表すこと．

(ii) 1 モルの理想気体を体積 V_0，温度 T_0 の状態から，体積 V_1，温度 T_1 の状態に準静的に変化させた．変化前のエントロピーを S_0 としたとき，変化後のエントロピー S_1 を求めよ．

(iii) 以下の熱力学ポテンシャルを T，S，P，V，U を用いて表せ．

(a) エンタルピー H

(b) ヘルムホルツの自由エネルギー F

(c) ギブスの自由エネルギー G

(iv) 以下の 4 つマクスウェルの関係式のうち，1 つを選択して導出せよ．

$$-\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = \left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V, \qquad \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V, \qquad -\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

(v) 図 1 のように，質量 M のおもりを載せたピストンをもち，気体が封入されたシリンダーが，熱浴の上に設置されている．ピストンの外側は真空とし，おもりの底からの高さを z とする．容器の熱容量，ピストンの質量，気体の位置エネルギーは無視する．

(a) 熱浴の温度を上げて，シリンダー内の気体を加熱した．このとき，気体の内部エネルギーとおもりの位置エネルギーの合計の変化が，気体のエンタルピーの変化と等しいことを示せ．

(b) 次に，熱浴の温度を保ったまま，おもりの質量を増やすことで，気体に対して仕事をした．このとき，気体から熱浴に熱量が移り，気体の温度は変化しなかった．気体の内部エネルギーと熱浴のエネルギーの合計の変化が，気体のヘルムホルツの自由エネルギーの変化と等しいことを示せ．

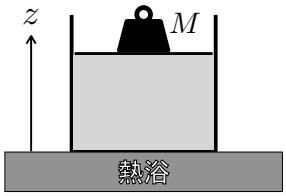


図 1

(2) 質量 M，半径 R，自転角速度 Ω の惑星と，質量 m の人工衛星に関する以下の問いに答えなさい．ただし，M は m より十分に大きく，万有引力定数は G とする．

(i) 地上から見て，人工衛星が常に同じ位置にとどまっているように見える軌道を，静止軌道と呼ぶ（図 2a）．

(a) 静止軌道の高度 h を求めよ．

(b) 赤道上の地上に静置されている人工衛星を静止軌道に投入するために必要なエネルギーを，力学的エネルギーの保存則から求めよ．

(ii) 図 2b のように，惑星中心を原点 O として人工衛星までの距離を r，方位角を θ とする極座標をとり，近点，遠点での惑星中心からの距離がそれぞれ r_0，r_1 の楕円軌道を考える．人工衛星の速度 $\boldsymbol{v}$ の動径方向成分を v_r，方位角方向成分を v_θ とする．

(a) 人工衛星の運動方程式の動径方向と方位角方向成分はそれぞれ

$$m\frac{dv_r}{dt} = \frac{mv_\theta^2}{r} + F(r), \qquad m\frac{dv_\theta}{dt} = -\frac{mv_r v_\theta}{r}$$

と書けることを示せ．ただし $F(r)$ は惑星から受ける万有引力を表す．

(b) (a) の運動方程式から，ケプラーの第 2 法則（面積速度一定の法則）が成り立つことを示せ．

(c) 近点での人工衛星の速さを求めよ．

(d) 軌道の短半径が $\sqrt{r_0 r_1}$ で表されることを用いて，軌道周期を求めよ．

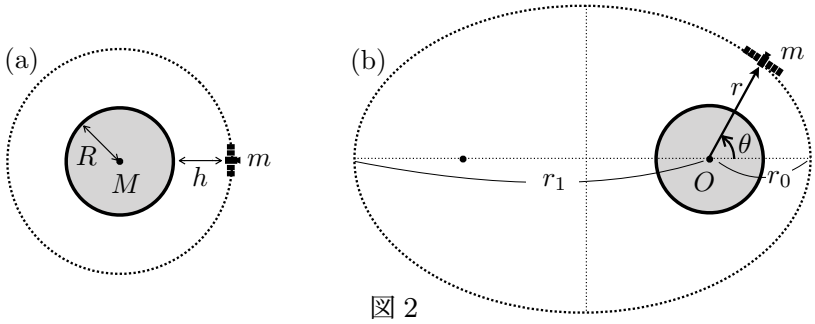


図 2

5. （岩石学・鉱物学）

以下の問い（１）～（４）に答えなさい。

（１）図１(a)は1,000 ℃でのフォルステライト(Mg_2SiO_4)―ファヤライト(Fe_2SiO_4)の相平衡図である。図１(b)はマントルカンラン石の代表組成である$(Mg_{0.89}\ Fe_{0.11})_2SiO_4$の相転移境界線と温度分布である。次の問い(i)～(ｖ)に答えなさい。

(i)図１に示されているような、同じ化学組成で異なる結晶構造を有する鉱物の関係を何と呼ぶか答えなさい。また、このような関係にある鉱物の例を１組挙げなさい。ただし、図１の鉱物以外で挙げること。

(ⅱ)Mg_2SiO_4 80 mol%、Fe_2SiO_4 20 mol%のカンラン石固溶体は1000℃で地球内部に沈み込んだ場合、どのような変化が生じるか説明しなさい。但し平衡が保たれるとする。

(ⅲ)図１(b)からマントルカンラン石は、深さに伴い相転移を起こす。この相転移によって起こる地球内部の物性の変化を２つ以上答えなさい。

(ⅳ)図１(b)からα→βの相転移とβ→γの相転移では dT/dPは正の勾配を持ち、γ→bridgmanite＋ferropericlase の相転移ではdT/dPは負の勾配を持つ。低温の海洋プレートが沈み込んでいく際、スラブとその周囲のマントル物質の密度の関係はどのようになるか説明しなさい。

(ｖ)(ⅳ)で答えた密度の関係が、海洋プレートの沈み込みにどのような影響を与えるか簡潔に書きなさい。

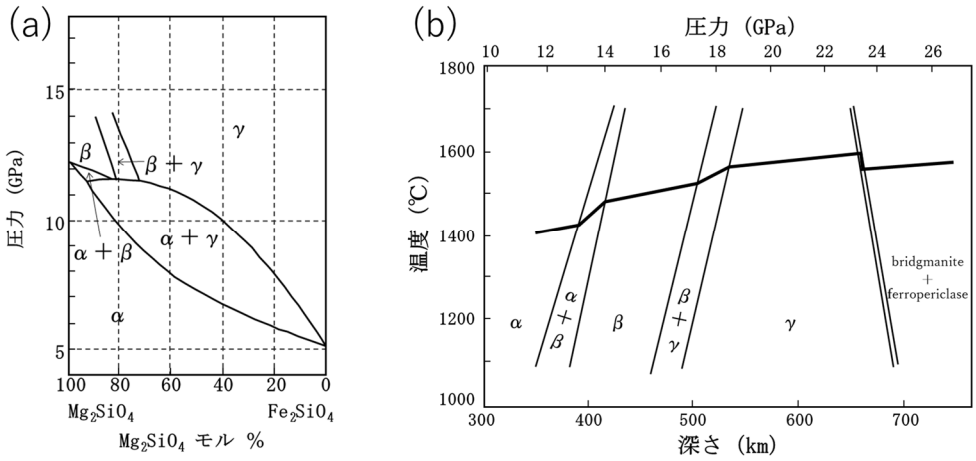


図 1　(a)1,000 ℃でのフォルステライト（Mg_2SiO_4）－ファヤライト（Fe_2SiO_4）の相平衡図。(b)マントルカンラン石の代表組成である$(Mg_{0.89}\ Fe_{0.11})_2SiO_4$の相転移境界線（細線）と断熱温度勾配に従って推定される温度分布（太線）。α：カンラン石(olivine)、β：ウォズリアイト（wadsleyite)、γ：リングウッダイト(ringwoodite)。

（２）次の文章を読んで、以下の問い(ｉ)～(ⅳ)に答えなさい。

ある火山に調査に行き、露頭でスコリアと軽石を採取した。採取した軽石とスコリアの(ア)岩石薄片を偏光顕微鏡で観察した。また、(イ)スコリアに含まれる直方輝石（orthopyroxene）斑晶のコアとリムの化学組成を EPMA で分析した。それぞれの主要な元素の含有量は表１に示したとおりである。

(ｉ)下線部(ア)について、採取した軽石には直方輝石と普通角閃石(hornblende)が含まれていた。一般的にケイ酸塩鉱物は SiO_4 四面体の配列の仕方により分類される。直方輝石と普通角閃石の SiO_4 四面体の結合の仕方を簡潔に図示しなさい。その際、図２(b)の模式的な SiO_4 四面体構造の表し方を用いなさい。

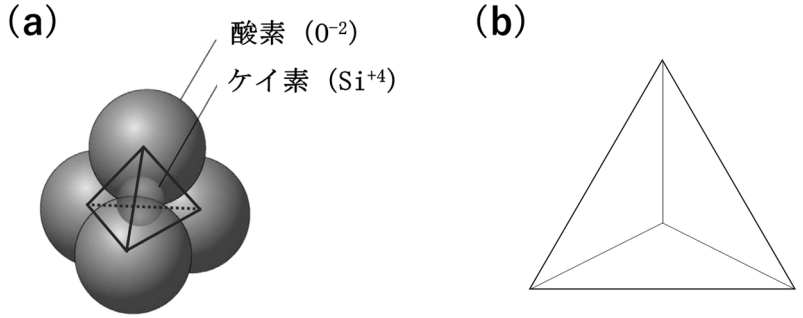


図 2　(a) SiO_4 四面体構造。(b)模式的な SiO_4 四面体構造の表し方。

(ⅱ)下線部（ア）について、普通角閃石を偏光顕微鏡で観察したとき見られる特徴を５つ述べなさい。

(ⅲ)下線部（ア）について、採取したスコリアには単斜輝石（clinopyroxene）と直方輝石が含まれていた。これらの鉱物の主要端成分の化学組成式を示し、化学組成の違いを説明しなさい。

(ⅳ)下線部（イ）について、表１に示した化学組成から直方輝石斑晶のコアとリムの Mg#（モル量における Mg/(Mg+Fe)×100）を求めなさい。なお酸化物の式量は、SiO_2=60、MgO=40、FeO=72 とする。

(ｖ)下線部（イ）について、この直方輝石斑晶に見られる、結晶の中心部から周辺部に向かい Mg#が単調に変化する構造の名称とその構造ができる過程を簡潔に説明しなさい。

表１　スコリアに含まれる直方輝石斑晶のコアとリムの主要な元素の含有量。

重量%	コア	リム
SiO_2	53.7	52.8
FeO	20.5	22.3
MgO	22.8	22.1

（３）マグマや火山の活動における水の役割に関連した次の問い(ｉ)～(iii)に答えなさい。

(ｉ)マグマの粘性係数は水の含有量が増加すると減少する。その理由を簡潔に説明しなさい。

(ii)海洋プレートの沈み込みに伴いマグマが発生するとき、水がどのような役割を担うか簡潔に説明しなさい。

(iii)マグマが地表付近まで上昇し減圧すると、マグマに溶け込んだ水は一気に気泡へと変化し爆発的噴火の原動力になる。次の問い(a)と(b)に答えなさい。

(a) １重量%の水を含むマグマがある。このマグマ中の水が、10^5 Pa、800 ℃で完全に気相となったとき、気相の体積はマグマの何倍になるか求めなさい。ただし、マグマの密度は 2500 kg/m^3 とする。また、気相は理想気体とし、気体定数は R=8.3 J $mol^{-1}K^{-1}$ である。

(b)軽石の発泡度 ϕ は、気泡の体積を V_{bub}、火山ガラスの体積を V_{gls} として、次の式で定義される。

$$\phi = V_{bub}/(V_{gls}+V_{bub})$$

軽石のみかけ密度 ρ_{pm} を、ϕ およびガラス密度 ρ_{gls} を用いて表しなさい。また、軽石が海水に浮かぶための発泡度 ϕ の下限値を求めなさい。ガラスの密度を ρ_{gls}=2500 kg/m^3、海水の密度を ρ_{sw}=1030 kg/m^3 とし、気泡中のガスの質量は無視でき、気泡中に海水は入ってこないとする。また軽石中の斑晶鉱物の体積は無視できるものとする。

（４）次の用語群(ｉ)～(viii)の中から２つ選び、岩石学、鉱物学、あるいは火山学の観点から３行程度で説明しなさい。

(ｉ)X 線回折法　　(ii)光学的異方体

(iii)オフィオライト　　(iv)領家変成帯

(ｖ)D” 層　　(vi)蛇紋岩

(vii)マグマ水蒸気爆発　　(viii)パホイホイ溶岩

6．（地質学）

以下の問い（1）～（5）に答えなさい.

（1）　下の図は，ある引っ張り応力場における正断層群の形成過程を示した図とその際のモール円を示している（図１）．岩石の破壊特性と強度に関する以下の問い（i）～（iii）に答えなさい．ただし，最大主応力軸は鉛直方向に向いているものとする.

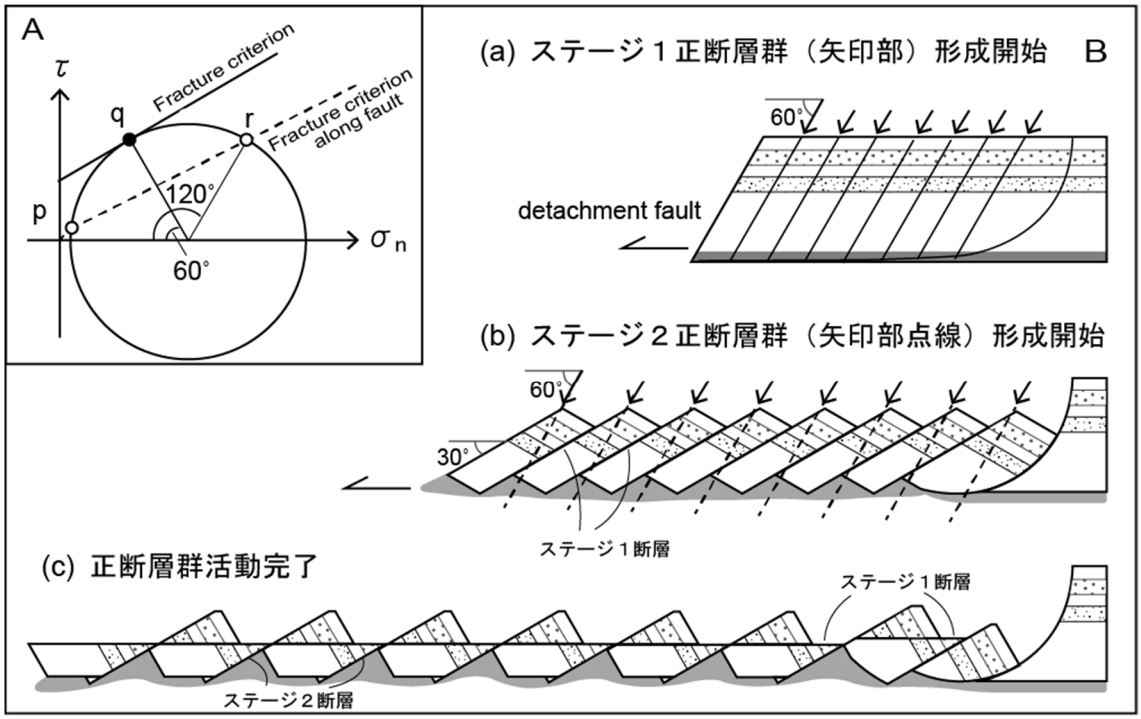


図１

（ｉ）図１B (a) の断層形成初期（実線が断層）において，断層面上の応力状態を表している点は図１Aのp，q，rのうちどれか，理由とともに答えなさい.

（ii）図１B (b)では，それまですべっていた断層ではなく，新たな断層面が形成された（点線部）．新規断層が活動する必要性について，図１Aのモール円を使って説明しなさい.

（iii）図Aの点線で示された破壊線は，断層面の強度（断層が再活動する条件）を示している．岩石の種類によらず，断層面の破壊強度は一定であることが知られている．この法則の名前と，例外条件を答えなさい.

（２）以下のステレオプロット（下半球投影；シュミットネット）は，ある地質体において計測した地層面の極（図２A）および個別の褶曲から得られた構造データ（地層面の極と褶曲軸面の大円データ）（図２B-C）を示している．地質構造解析に関する以下の問い（ｉ）～（iii）に答えなさい．

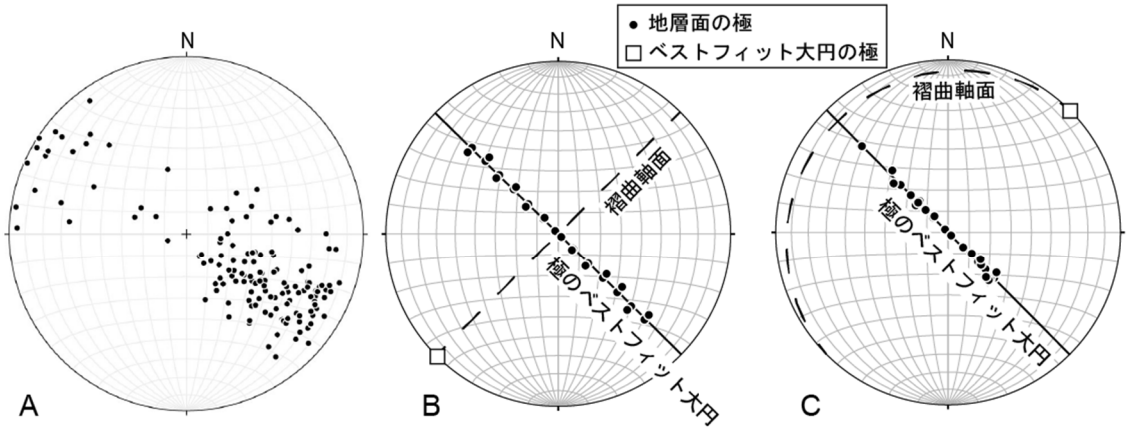


図２

（ｉ）ステレオプロットで表される大円と極とは何か，説明しなさい．

（ii）図２Aのプロットを見て，この地域の地質構造の特徴を述べなさい．

（iii）図２BおよびCで示す褶曲について，褶曲軸の姿勢を読み取りなさい．また，それぞれの褶曲形態を答えなさい．

（３）以下の（ｉ）～（ｖ）に示した二つの地質構造もしくは地質学用語について、違いがわかるようにそれぞれを説明しなさい．必要ならば，図を描いてもよい．

（ｉ）岩相層序区分と年代層序区分

（ii）断層と節理

（iii）BodineとPinch and swell structure

（iv）粒子の沈降に関する，ストークスの法則（式）とニュートンの法則（式）

（ｖ）SlideとSlump

（４）以下の問い（ｉ）～（iii）に答えなさい。

（ｉ）以下の各時代（a）～（c）における地球大気の主要な成分を２つずつ答えなさい。

（a）マグマオーシャンの形成期

（b）原始海洋の形成期

（c）光合成生物の出現後

（ii）問い（ｉ）（c）の大気成分の１つが、生物にもたらした影響を３つ答えなさい。

（iii）中生代、特に白亜紀の温暖化に関する以下の問い（a）と（b）について答えなさい。

（a）この温暖化の原因を答えなさい。

（b）この温暖化が海底堆積物に及ぼした影響を答えなさい。

（５）以下の問い（ｉ）～（iii）に答えなさい。必要ならば図を用いてもよい。

（ｉ）地層の上下判定に有用な構造を4つ答えなさい。

（ii）背斜褶曲および向斜褶曲がある場合、地質図はどのようなパターンを描き、また、両者はどのようにして区別されるか答えなさい。

（iii）地層累重の法則によれば，上位の地層ほど年代が若くなる．しかしながら，地球表層では地層の上位方向が逆転する場合がある。どのような場合に生じるか答えなさい。

7.（固体地球物理学 A）

以下の問い (1) ～ (3) に答えなさい．解答にあたっては結果だけでなく導出過程も記しなさい．

(1) 図 1 は，ある 2 つの地点 A, B で測定した温度の深さ分布を示す．また，地殻熱流量は，媒質の熱伝導率と地温勾配との積で定義される物理量である．これらについて以下の (i)～(iii) の問いに答えなさい．

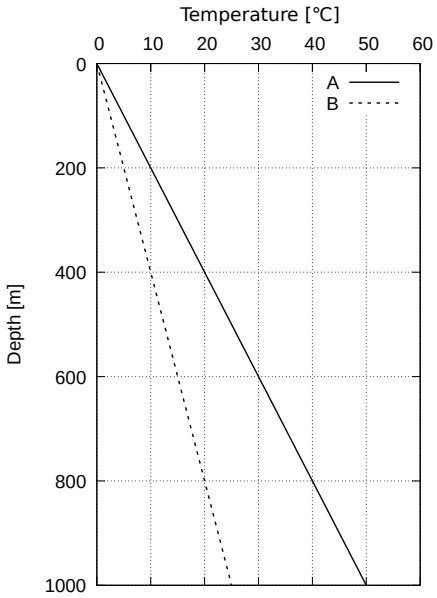


図 1　地点 A (実線) および B (点線) での，それぞれの深さにおける温度測定値.

(i) 図 1 から必要な値を読み取ることで，A, B それぞれの地点での地殻熱流量を求めなさい．ここで熱伝導率はどちらの地点も 2 $\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$ とする．

(ii) 図 1 に示されている深さ範囲に，放射性崩壊などによる発熱が起こっている層があるかどうかを，その理由とともに答えなさい．

(iii) 図 1 の 2 つの地点は，それぞれ海洋底年代の異なる海底である．地点 A, B のうち，どちらの年代がより古いか，その理由とともに答えなさい．さらに，年代がより古い地点は他方に比べてどの程度年代が古いか，議論しなさい．

(2) 図 2 は北アメリカ大陸およびヨーロッパで採取された岩石から推定された古地磁気極をその岩石年代ごとに示したものである．これについて以下の (i)∼(iii) の問いに答えなさい．なお，地球磁場は地質時代を通して自転軸方向の地心双極子磁場で近似できると仮定する．

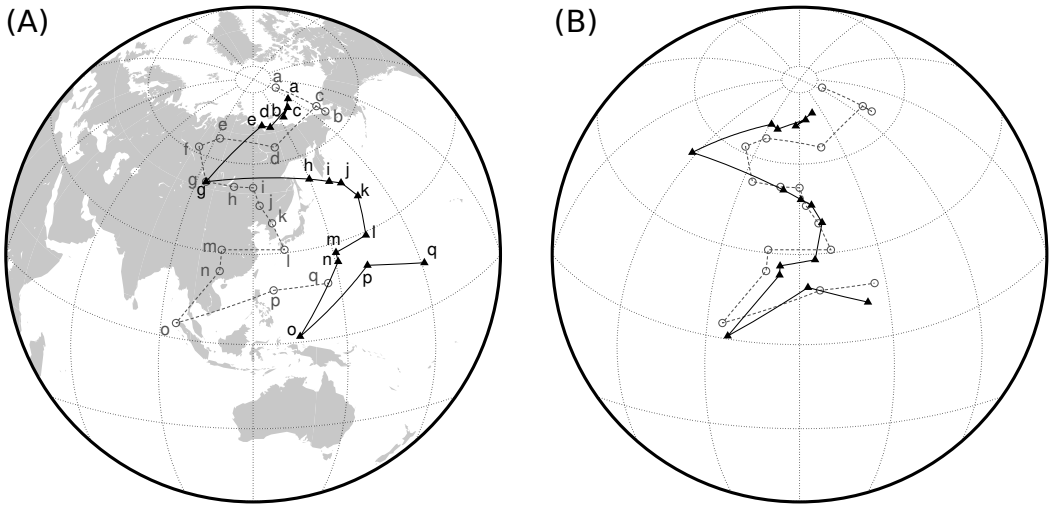


図 2　各岩石年代ごとの古地磁気極 (Van der Voo, 1990 のデータを使用)．丸印は北アメリカ大陸で採取された岩石，三角印はヨーロッパで採取された岩石による結果 (各年代範囲の平均値)．アルファベットは岩石の年代範囲を示す (a 37–66 Ma; b 67–97 Ma; c 98–144 Ma; d 145–176 Ma; e 177–195 Ma; f 196–215 Ma; g 216–232 Ma; h 233–245 Ma; i 246–266 Ma; j 267–281 Ma; k 282–308 Ma; l 309–365 Ma; m 366–378 Ma; n 379–397 Ma; o 398–414 Ma; p 415–429 Ma; q 430–467 Ma)．(A) 元のデータ．(B) ヨーロッパで採取された岩石から求めた極位置 (三角印) のうち約 240 Ma より古い年代の岩石による古地磁気極が北アメリカ大陸の岩石から求めた極位置におおよそ一致するようにヨーロッパ大陸を剛体回転させた場合．

(i) 岩石から古地磁気極が推定できる原理を簡単に説明しなさい．

(ii) 図 2B は図 2A に示した両大陸の岩石から求めた古地磁気極のうち，約 240 Ma より古い年代の岩石による古地磁気極がおおよそ一致するようにヨーロッパ大陸を剛体回転させたものである．この一致が意味することを述べなさい．

(iii) 北アメリカ大陸の岩石から求めた約 340 Ma での古地磁気極の現在の地理緯度を図から読み取り，その年代での北アメリカ大陸が，現在の位置とくらべてどれだけ位置が異なっていたか説明しなさい．

(3) 以下の (i)~(iv) の問いに答えなさい．必要な場合は万有引力定数 $G = 6.7\times10^{-11}\ \mathrm{m^3kg^{-1}s^{-2}}$ を用いなさい．

(i) 地球表面での重力加速度の大きさは，北極と赤道上で約 0.5% 異なることが知られている．どちらが大きいか理由とともに答えなさい．

(ii) 地球が均質な球であるとしたとき，北極と赤道上での重力加速度の大きさの差を求めなさい．またここで求めた差と地表での平均的な重力加速度 ($10\ \mathrm{ms^{-2}}$ としてよい) との比率を求めなさい．必要な場合は地球の半径 $R = 6.4\times10^6$ m，質量 $M = 6.0\times10^{24}$ kg の値を用い，数値は有効数字 1 桁で求めなさい．

(iii) 重力加速度は標高にも依存する．重力加速度の水平方向の変化を議論する際には，この効果を補正する必要がある．これを補正した重力異常の一つであるフリーエア重力異常 Δg_{F} は以下の式で定義される:

$$\Delta g_{\mathrm{F}} = g_{\mathrm{obs}} - \gamma + \beta h$$

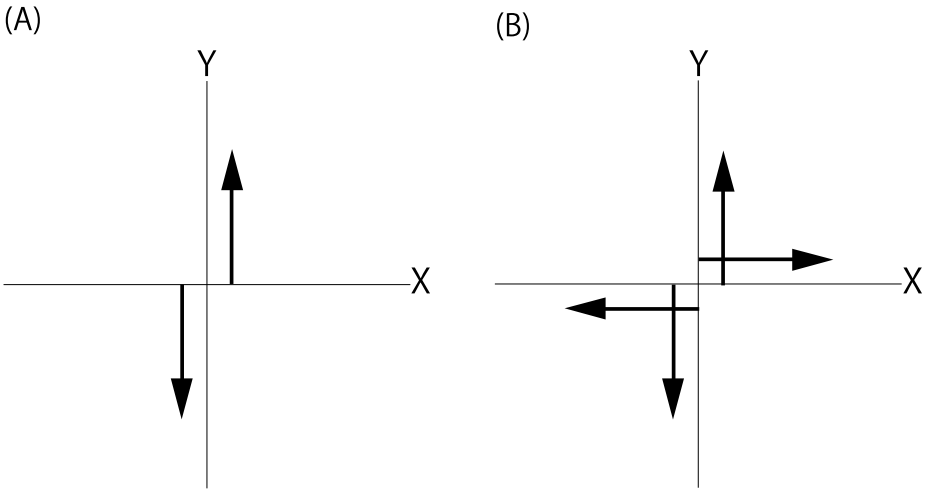
ここで g_{obs} はある地点で測定された重力加速度の大きさ，γ はその地点での正規重力，β はフリーエア勾配，h は測定地点の標高である．北極の標高 0 m の地点でのフリーエア勾配 β の値を求めるため，問い (ii) と同様に地球が半径 R，質量 M の均質な球として，β を記号を使って表しなさい．また，具体的な数値を代入することで β の値を有効数字 1 桁で求めなさい．

(iv) 問い (iii) で求めた β の値は，赤道上の地表でも有効である．その理由を述べなさい．

8.（固体地球物理学 B）

以下の問い（１)、（２）に答えなさい。

（１）　地震の点震源モデルに関する次の問い(i)～(iv)に答えなさい。



図：(A) シングルカップルモデルと (B) ダブルカップルモデル

(i)　図(B)に示すダブルカップルによる点震源から射出されたＰ波振幅の方位分布を図と同様の X-Y 平面上に図示しなさい。また、最大振幅を与える方位での変位の初動の向きを矢印で示しなさい。

(ii)　図(B)に示すダブルカップルによる点震源から射出されたＳ波振幅の方位分布を図と同様の X-Y 平面上に図示しなさい。また、最大振幅を与える方位での変位の初動の向きを矢印で示しなさい。

(iii)　図(B)に示すダブルカップルと等価な２組の力対（ダイポール）を図と同様の X-Y 平面上に図示しなさい。

(iv)　1950 年代、震源断層モデルに関する地震学史上に残る論争が展開され、最終的に図(A)のシングルカップルではなく(B)のダブルカップルモデルの確立で以って終結した。前者ではなく後者が妥当とされる理由を述べなさい。

（２）　地球内部の地震波速度構造に関する次の問い(i)～(ii)に答えなさい。

(i)　幾何波線理論に基づく地震波の走時解析について考える。いま、震源から下向きに射出された波が一つの波線に沿って地表に到達するまでの時間(走時)をT、震央から波の到着点までの距離(震央距離)をΔとする。ただし、Δは地球中心から測定した角度で表す。ここで、地球中心に対する波のみかけ角速度の逆数$dT/d\Delta$は波線パラメタpと呼ばれ、$v(r)$を中心からの距離rにおける波の速度、iを距離rの面への入射角として、次式のように定義される。

$$p = \frac{r \sin i}{v(r)}$$

スネルの法則から波線パラメタは一つの波線に沿って一定に保持される。このとき、ΔとTは下式で表されることを示しなさい。図を用いてもよい。

$$\Delta(p) = 2\int_{r_m}^{r_0} \frac{p}{r\sqrt{\eta^2 - p^2}}\,dr$$

$$T(p) = 2\int_{r_m}^{r_0} \frac{\eta^2}{r\sqrt{\eta^2 - p^2}}\,dr$$

ここで、

$$\eta = \eta(r) = \frac{r}{v(r)}$$

ただし、震源は地表($r = r_0$)にあるとし、波線の最深点は$r = r_m$にあるとする。

(ii)　地球内部を伝播する地震波速度$v(r)$が地球中心からの距離rの関数として下式の形で表されるとき、走時Tを震央距離Δの関数として表しなさい。ただし、震源は地表にあるとする。

$$v(r) = ar^b \quad (a, b：定数)$$